

ALEX BELLOS

Alex no País dos Números

Uma viagem ao mundo maravilhoso da matemática

Ilustrações

Andy Riley

Tradução

Berilo Vargas

Claudio Carina

3^a reimpressão



Copyright do texto © 2010 by Alex Bellos
Copyright das ilustrações © 2010 by Andy Riley

Todos os direitos reservados, incluindo os de reprodução de parte ou do todo.

*Grafia atualizada segundo o Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa de 1990,
que entrou em vigor no Brasil em 2009.*

Título original

Alex's adventures in Numberland — Dispatches from the wonderful world
of mathematics

Capa

Kiko Farkas e Mateus Valadares/ Máquina Estúdio

Revisão técnica

Ronald Fuchs

Preparação

Carlos Alberto Bárbaro

Índice remissivo

Luciano Marchiori

Revisão

Ana Maria Barbosa, Luciana Baraldi, Arlete Zebber e Marina Nogueira

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Bellos, Alex

Alex no País dos Números / Alex Bellos ; ilustrações Andy Riley ; tradução Berilo Vargas, Claudio Carina. — São Paulo : Companhia das Letras, 2011.

Titulo original: Alex's adventures in Numberland : Dispatches from wonderful world of mathematics.

Bibliografia

ISBN 978-85-359-1838-0

1. Matemática — Obras de divulgação 2. Número — Conceito
1. Riley, Andy. II. Título.

11-03010

CDD-510

Índice para catálogo sistemático:

1. Matemática : Obras de divulgação 510

[2011]

Todos os direitos desta edição reservados à

EDITORASCHWARCZ LTDA.

Rua Bandeira Paulista 702 cj. 32

04532-002 — São Paulo — SP

Telefone (11) 3707-3500

Fax (11) 3707-3501

www.companhiadasletras.com.br

www.blogdacompanhia.com.br

Sumário

Introdução	11
0. CABEÇA PARA NÚMEROS	17
<i>Em que o autor tenta descobrir de onde vieram os números, já que não faz tanto tempo que eles estão por aqui. Conhece um homem que morou na selva e um chimpanzé que sempre morou na cidade.</i>	
1. A CONTACULTURA	49
<i>Em que o autor aprende sobre a tirania do dez e sobre os revolucionários que tentam derrubá-la. Ele visita um clube de estudantes em Tóquio onde os alunos aprendem a calcular com as contas de um ábaco.</i>	
2. ATENÇÃO!	85
<i>Em que o autor quase muda de nome porque um discípulo do fundador de um culto grego diz que é o que deve ser feito. Em vez disso, segue as instruções de outro pensador grego, tira o pó da bússola e dobra dois cartões de visita na forma de um tetraedro.</i>	

3. ALGO SOBRE NADA

123

Em que o autor viaja para a Índia para uma audiência com um vidente hindu. Descobre alguns métodos aritméticos muito lentos e outros muito rápidos.

4. A VIDA DE PI

155

Em que o autor está na Alemanha para assistir à multiplicação mental mais rápida do mundo. É uma forma indireta de começar a contar a história dos círculos e uma narrativa transcendental que o leva a Nova York e a uma nova avaliação da moeda de cinquenta pence.

5. O FATOR X

191

Em que o autor explica por que os números são bons mas as letras são melhores. Visita um homem em Braintree que coleciona régulas de cálculo e ouve a história trágica do abandono delas. Inclui uma aula sobre logaritmos, um dicionário de palavras de calculadora e instruções para fazer um superovo.

6. HORA DO RECREIO

229

Em que o autor entra num concurso de enigmas matemáticos. Investiga o legado de dois chineses e depois vai de avião até Oklahoma para conhecer um mágico.

7. SEGREDOS DA SUCESSÃO

273

Em que o autor confronta o infinito pela primeira vez. Encontra uma lesma que não pode ser detida e uma diabólica família de números.

8. DEDO DE OURO

303

Em que o autor encontra um londrino que alega ter descoberto o segredo de um belo sorriso.

9. O ACASO É ÓTIMO 325

Em que o autor se lembra dos mestres do dado e vai jogar em Reno. Dá uma caminhada pelo aleatório e acaba num conjunto de escritórios em Newport Beach, na Califórnia — onde, se olhar para o outro lado do oceano, é capaz de localizar um ganhador na loteria numa ilha deserta no Pacífico Sul.

10. SITUAÇÃO NORMAL 373

Em que a farinácea e exagerada indulgência do autor é uma tentativa de saborear o nascimento da estatística.

11. O FIM DA LINHA 407

Em que o autor encerra sua jornada com salgadinhos e crochê. Olha novamente para Euclides, e depois para um hotel com um número infinito de quartos que não consegue dar conta de um súbito influxo de hóspedes.

Glossário	437
Apêndices	443
Notas e referências	455
Agradecimentos	467
Créditos das imagens	469
Índice remissivo	471

o. Cabeça para números

Quando entrei no atulhado apartamento de Pierre Pica em Paris, fui envolvido pelo cheiro forte de repelente de mosquitos. Pica acabara de voltar de uma estadia de cinco meses em uma comunidade indígena na floresta amazônica e desinfetava os presentes que havia trazido. As paredes de seu estúdio eram decoradas com máscaras tribais, cocares de penas e cestas artesanais. Livros acadêmicos sobre carregavam as prateleiras. Largado sobre uma delas, um não resolvido Cubo de Rubik, ou Cubo Mágico.

Perguntei a Pica como tinha sido a viagem.

“Difícil”, respondeu.

Pica é linguista, e talvez por essa razão fale devagar e com cuidado, dedicando atenção especial a cada palavra. É um cinquentão, mas parece um garoto — com olhos azuis brilhantes, tez avermelhada e cabelos grisalhos desgrenhados. A voz é calma, porém seus gestos são intensos.

Pica foi aluno do grande linguista norte-americano Noam Chomsky, e agora trabalha no Centro Nacional de Pesquisas Científicas da França. Nos últimos dez anos, o centro de seu trabalho tem sido os mundurucus, um grupo indígena de cerca de 7 mil indivíduos na Amazônia brasileira. Os mundurucus vivem em pequenas aldeias espalhadas por uma área de floresta tropical duas vezes maior que o País de Gales. O objeto de estudo de Pica é o idioma dos

mundurucus, em que não há tempos verbais, plural e nenhuma palavra para números acima de cinco.

Para realizar seu trabalho de campo, Pica embarca em uma jornada digna dos grandes aventureiros. O aeroporto mais próximo dos índios fica em Santarém, uma cidade 750 quilômetros rio Amazonas adentro a partir do oceano Atlântico. De lá, uma viagem de quinze horas de barco o leva por mais de trezentos quilômetros pelo rio Tapajós até Itaituba, antigo centro de extração de ouro e último posto para estocar comida e combustível. Em sua viagem mais recente, Pica alugou um jipe em Itaituba e o carregou com seu equipamento, que incluía computadores, painéis solares, baterias, livros e quinhentos litros de gasolina. A bordo desse veículo ele pegou a rodovia Transamazônica, um delírio de infraestrutura nacionalista dos anos 1970 que deteriorou até se transformar numa precária e frequentemente intransitável estrada de lama.

O destino de Pica era Jacareacanga, um pequeno assentamento a mais de trezentos quilômetros a sudoeste de Itaituba. Perguntei quanto tempo leva para chegar lá. “Depende”, respondeu, dando de ombros. “Pode demorar uma vida. Pode demorar dois dias.”

“Quanto tempo demorou *desta vez*”, repeti.

“Você sabe, nunca imaginamos quanto tempo vai demorar porque nunca leva o mesmo tempo. A viagem dura entre dez e doze horas na estação das chuvas. Se tudo correr bem.”

Jacareacanga fica no limite da reserva dos mundurucus. Para entrar na área, Pica teve de esperar a chegada de alguns índios e negociar com eles para que o levassem até lá de canoa.

“Quanto tempo você teve que esperar?”, indaguei.

“Eu esperei bastante. Mas não me pergunte outra vez quantos dias.”

“Então foram alguns dias”, tentei investigar.

Passaram-se alguns segundos enquanto ele franzia o cenho. “Foram mais ou menos duas semanas.”

Mais de um mês depois de ter saído de Paris, Pica afinal estava se aproximando de seu destino. Claro que agora eu ia querer saber quanto tempo ele tinha levado para chegar de Jacareacanga até as aldeias.

Mas a essa altura já era visível a impaciência de Pica com as minhas perguntas: “A mesma resposta para tudo o mais... *depende!*”.

Continuei firme. “Quanto tempo demorou *desta vez*? ”

Ele gaguejou: “Não sei. Acho que... talvez... dois dias... um dia e uma noite...”.

Quanto mais eu pressionava Pica a me fornecer fatos e números, mais relutante ele se tornava. Fiquei exasperado. Não estava claro se os aspectos subjacentes em suas histórias eram a intransigência francesa, o pedantismo acadêmico ou simplesmente uma contrariedade genérica. Parei com as perguntas e passamos a outros assuntos. Foi somente horas mais tarde, ao falarmos sobre como estava sendo sua volta para casa depois de tanto tempo no meio do nada, que ele se abriu. “Quando volto da Amazônia perco as noções de tempo e de números, e talvez até a noção de espaço.” Pica costuma se esquecer de compromissos, desorienta-se em trajetos simples. “Tenho muita dificuldade para me ajustar a Paris outra vez, com todos esses ângulos e linhas retas.” A incapacidade de Pica em me fornecer dados quantitativos faz parte do seu choque cultural. Por ter passado tanto tempo com pessoas que mal conseguem contar, ele perdeu a capacidade de descrever o mundo em termos numéricos.

Ninguém sabe ao certo, mas o mais provável é que os números não tenham mais de 10 mil anos de idade. Refiro-me aqui a um sistema funcional de palavras e símbolos para os números. Uma das teorias é que essa prática surgiu junto com a agricultura e o comércio, já que os números eram indispensáveis para controlar o estoque e oferecer a certeza de que não se estava sendo lesado. Os mundurucus praticam uma agricultura de mera subsistência, e só recentemente o dinheiro começou a circular em suas aldeias, por isso nunca desenvolveram a capacidade de contar. No caso das tribos nativas de Papua-Nova Guiné, argumentou-se que o surgimento dos números foi acionado por seus elaborados costumes de trocas de presentes. Os povos amazônicos, por sua vez, não têm essa tradição.

Há dezenas de milhares de anos, porém, e bem antes do advento dos números, nossos ancestrais devem ter manifestado certa sensibilidade no que se refere a quantidades. Deveriam ser capazes de diferenciar um mamute de dois mamutes, e de perceber que uma noite é diferente de duas noites. O salto intelectual entre a ideia concreta de duas coisas à invenção de um símbolo ou palavra para a ideia abstrata de “dois”, contudo, levará muitas eras para surgir.

Esse acontecimento, na verdade, é o máximo a que chegaram algumas comunidades no Amazonas. Existem tribos cujas únicas palavras para os números são “um”, “dois” e “muitos”. Os mundurucus, que chegam até cinco, são um grupo relativamente sofisticado.

Os números são tão predominantes na nossa vida que é difícil imaginar como as pessoas sobrevivem sem eles. No entanto, em sua estadia com os mundurucus, Pica entrou numa existência sem números com facilidade. Dormia numa rede. Saía para caçar e comia anta, tatu e javali. Sabia a hora pela posição do sol. Se chovesse, ficava em casa; se fizesse sol, saía. Não havia necessidade de contar.

Ainda assim, achei estranho que números maiores que cinco não tivessem surgido na vida cotidiana da Amazônia. Perguntei a Pica como um índio diria “seis peixes”. Por exemplo, vamos dizer que ele ou ela estivesse preparando uma refeição para seis pessoas e quisesse ter certeza de que cada um comeria um peixe.

“Isso é impossível”, ele me respondeu. “A frase ‘Eu quero peixe para seis pessoas’ não existe.”

E se alguém perguntasse a um mundurucu que tivesse seis filhos: “Quantos filhos você tem?”.

Pica deu a mesma resposta: “Ele responderia ‘Não sei’. É impossível expressar”.

No entanto, acrescentou Pica, é uma questão cultural. Não quer dizer que um mundurucu contasse o primeiro filho, o segundo, o terceiro, o quarto, o quinto e depois coçasse a cabeça por não conseguir ir além. Para os mundurucus, a própria ideia de contar os filhos era ridícula. De fato, toda a noção de contar algo era ridícula.

Por que um mundurucu adulto iria querer contar os filhos?, perguntou Pica. As crianças são cuidadas por todos os adultos da comunidade, explicou, e ninguém conta qual delas pertence a quem. Comparou a situação com a expressão em francês “*J'ai une grande famille*”, ou “Eu tenho uma família grande”. “Quando afirmo ter uma família grande estou dizendo que não sei [quantos membros são]. Onde minha família termina e onde a família do outro começa? Eu não sei. Ninguém nunca me disse isso.” Da mesma forma, se se pergunta a um mundurucu adulto por quantos filhos ele é responsável, não existe uma resposta correta. “Ele vai responder ‘Não sei’, o que é realmente o caso.”

Os mundurucus não estão sozinhos na tendência histórica de não contar os membros da própria comunidade. Quando o rei David contou o seu povo, ele foi punido com três dias de pestilência e 77 mil mortes. Os judeus só podem contar judeus de forma indireta, e é por isso que nas sinagogas a forma de assegurar que há dez homens presentes, uma *minyan*, ou o número mínimo de pessoas para as orações, é fazer uma prece de dez palavras apontando uma palavra para cada um. Fazer uso de números para contar as pessoas é considerado um meio de as isolar, o que as torna mais vulneráveis a influências malignas. Se se pedir para um rabino ortodoxo contar os seus filhos, é grande a probabilidade de obter a mesma resposta que seria dada por um mundurucu.

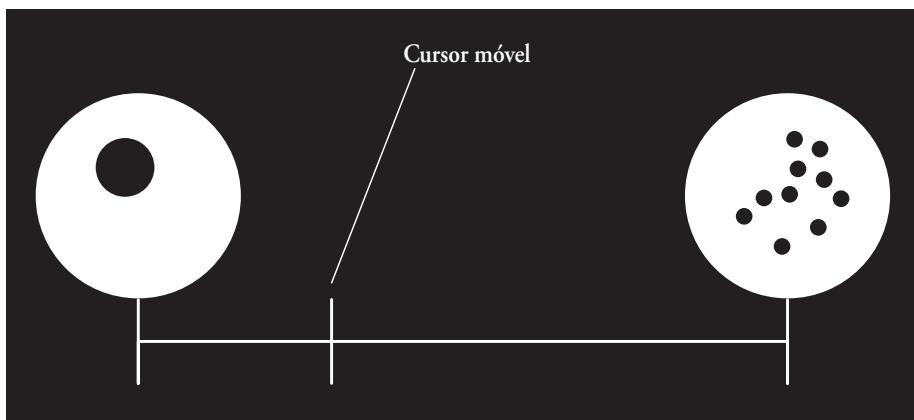
Certa vez conversei com uma professora brasileira que havia passado muito tempo trabalhando em comunidades indígenas. Ela disse que os índios achavam que o constante questionamento por parte de forasteiros de quantos filhos eles tinham era uma compulsão peculiar, mesmo que os visitantes estivessem fazendo apenas uma pergunta educada. Qual é o sentido de contar os filhos? Isso provocava muitas suspeitas nos índios, ela explicou.

O primeiro relato escrito sobre os mundurucus data de 1768, quando um colono divisou alguns deles na margem de um rio. Um século depois, missionários franciscanos estabeleceram uma base nas terras dos mundurucus, e novos contatos aconteceram durante o ciclo da borracha no final do século XIX, quando os seringueiros chegaram à região. A maioria dos mundurucus ainda vive em relativo isolamento, mas, assim como muitos outros grupos indígenas com uma longa história de contatos, eles tendem a usar roupas ocidentais como camisetas e calções. Inevitavelmente, outros aspectos da vida moderna acabam invadindo seu mundo, como a eletricidade e a televisão. E os números. Na verdade, alguns mundurucus que vivem nas fronteiras de seus territórios aprenderam português, e sabem contar em português. “Eles sabem contar um, dois, três, até as centenas”, explicou Pica. “Aí você pergunta: ‘A propósito, quanto são cinco menos três?’” Pica parodia um dar de ombros gaulês. Eles não têm ideia.

Na floresta tropical, Pica conduz sua pesquisa usando laptops alimentados a baterias solares. A manutenção do equipamento é um pesadelo logístico devido ao calor e à umidade, embora às vezes o maior desafio seja reunir os

participantes. Em uma ocasião, o chefe de uma aldeia exigiu que Pica comesse uma grande saúva vermelha para ter permissão para entrevistar uma criança. O diligente linguista fez careta, mas esmagou e engoliu o inseto.

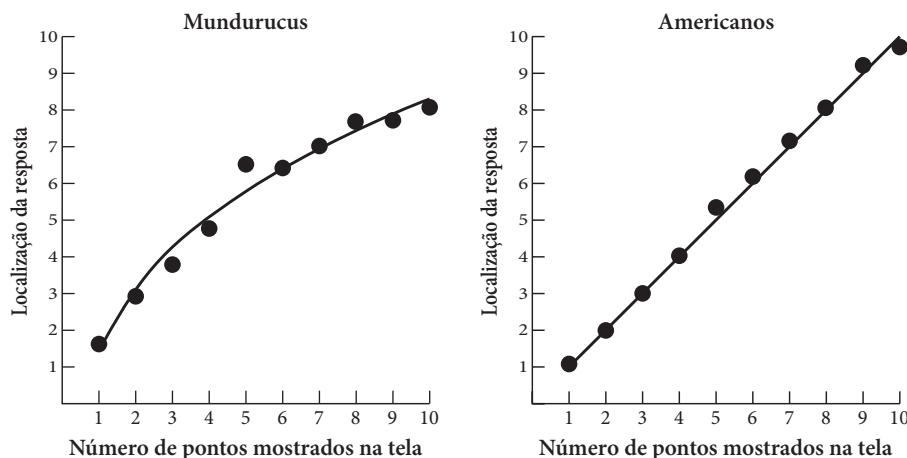
O propósito de pesquisar as habilidades matemáticas de povos que só conseguem contar usando uma das mãos é descobrir a natureza de nossas intuições numéricas básicas. Pica quer diferenciar o que é universal a todos os humanos do que é forjado pela cultura. Em um de seus experimentos mais fascinantes ele estudou a compreensão espacial que os índios tinham dos números. Como eles visualizam números distribuídos numa linha? No mundo moderno nós estamos sempre fazendo isso — em fitas métricas, régulas, gráficos e com casas ao longo de uma rua. Mas como os mundurucus não têm números, Pica fez um teste com eles com séries de pontos numa tela. A cada voluntário foi mostrada uma figura numa folha, uma linha sem marcação. Do lado esquerdo da linha havia um ponto; do direito, dez pontos. Depois os voluntários eram apresentados a conjuntos aleatórios de um a dez pontos. Em cada conjunto, o voluntário tinha de apontar em que lugar da linha ele achava que o número de pontos deveria se localizar. Pica movia o cursor até esse ponto e clicava. Depois de repetidos cliques, conseguiu saber exatamente como os mundurucus espaçavam os números entre um e dez.



Quando esse teste foi aplicado a norte-americanos adultos, eles situaram os números em intervalos iguais ao longo da linha. Recriaram a sequência

numérica que aprenderam na escola, na qual os dígitos adjacentes têm a mesma distância entre si, como numa régua. Os mundurucus, porém, deram uma resposta bem diferente. Acharam que os intervalos entre os números começavam maiores e ficavam progressivamente menores à medida que os números aumentavam. Por exemplo, as distâncias entre as marcas do primeiro e do segundo pontos, e do segundo e do terceiro pontos eram muito maiores que as distâncias entre o sétimo e o oitavo pontos, ou entre o oitavo e nono, como mostram os dois gráficos a seguir.

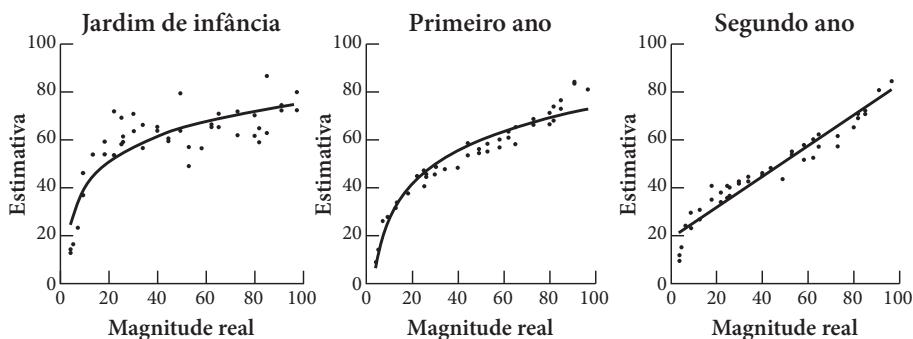
Os resultados foram chocantes. De modo geral, considera-se evidente que os números sejam espaçados regularmente. Nós aprendemos isso na escola e aceitamos com facilidade. É a base de toda mensuração e ciência. Mas não é assim que os mundurucus veem o mundo. Sem saber contar e sem uma linguagem própria para os números, eles visualizam essas magnitudes de forma totalmente diferente.



Quando os números são distribuídos de forma regular numa régua, temos uma escala *linear*. Quando se aproximam um do outro à medida que aumentam, a escala é *logarítmica*.* Acontece que a abordagem logarítmica não

* Na verdade, os números precisam se aproximar de uma certa forma para a escala ser logarítmica. Para saber mais sobre essa escala, ver p. 205.

é exclusiva dos índios da Amazônia. Todos nascemos concebendo os números dessa maneira. Em 2004, Robert Siegler e Julie Booth, da Universidade Carnegie Mellon, na Pensilvânia, apresentaram uma versão similar do experimento com números alinhados a grupos de alunos do jardim de infância (com uma média de idade de 5,8 anos), primeiranistas (6,9) e segundanistas (7,8). Os resultados mostraram em velocidade reduzida como a familiaridade com a contagem molda nossas intuições. Os alunos do jardim de infância, sem formação matemática, mapeiam os números de forma logarítmica. No primeiro ano da escola, quando os alunos começam a conhecer as palavras e símbolos numéricos, a curva vai ficando mais reta. E no segundo ano na escola, os números são afinal distribuídos regularmente ao longo da linha.



Por que os índios e as crianças acham que os números maiores estão mais próximos entre si do que os menores? Não existe uma explicação simples. Nos experimentos, os voluntários foram apresentados a uma série de pontos e precisavam responder onde esse conjunto estaria localizado em relação a uma linha com um ponto do lado esquerdo e dez pontos do direito. (Ou, no caso das crianças, cem pontos.) Imagine agora um mundurucu diante de cinco pontos. Depois de um exame minucioso, ele vai ver que cinco pontos são *cinco vezes maiores* do que um ponto, mas que dez pontos são apenas *duas vezes maiores* do que cinco pontos. Os mundurucus e as crianças parecem tomar sua decisão sobre como os números se dispõem baseados na estimativa das proporções entre as quantidades. Na consideração das proporções, é lógico que a distância entre cinco e um seja muito maior do que a distância entre dez e cinco. E

quando se avalia as quantidades apelando a essas proporções, a escala resultante será sempre uma logarítmica.

Pica acredita que a compreensão de quantidades em termos de estimativa proporcional é uma intuição humana universal. De fato, os humanos que não usam números — como os índios e as crianças — não têm alternativa a não ser ver o mundo dessa forma. Em comparação, entender as quantidades em termos de números exatos não é uma intuição universal: é um produto da cultura. Pica sugere que a precedência de aproximações e proporções sobre os números exatos deve-se ao fato de que as proporções são muito mais importantes para a sobrevivência na floresta do que a capacidade de contar. Diante de um grupo de adversários armados de lanças, é preciso saber de imediato se eles estão em maior número que nós. Quando vemos duas árvores, precisamos saber imediatamente qual delas tem mais frutos. Em nenhum desses casos é necessário enumerar cada inimigo ou cada fruta individualmente. O crucial é ser capaz de fazer estimativas rápidas das quantidades relevantes e compará-las. Em outras palavras, fazer as aproximações e avaliar as suas proporções.

A escala logarítmica também é fiel à maneira como as distâncias são percebidas, e talvez por isso seja tão intuitiva. Leva em conta a perspectiva. Por exemplo, se vemos uma árvore a cem metros de distância e outra cem metros adiante da primeira, os segundos cem metros parecem mais curtos. Para um mundurucu, a noção de que cada cem metros representam uma distância igual é uma distorção da forma como ele percebe o ambiente.

Os números exatos nos fornecem um ponto de vista linear que contradiz nossa intuição logarítmica. Na verdade, nossa proficiência com números exatos indica que a intuição logarítmica é invalidada na maioria das situações. Mas não de todo. Vivemos ao mesmo tempo com uma compreensão linear e logarítmica de quantidade. Por exemplo, nosso entendimento da passagem do tempo tende a ser logarítmico. Em geral, sentimos que o tempo passa mais rápido à medida que ficamos mais velhos. Mas também funciona no outro sentido: ontem sempre parece bem mais distante do que a semana passada inteira. Nossa arraigado instinto logarítmico fica bem claro quando pensamos em números muito grandes. Por exemplo, todos podemos entender a diferença entre um e dez. É pouco provável que possamos confundir um litro de cerveja com dez litros de cerveja. Mas e quanto à diferença entre 1 bilhão de litros de água e 10 bilhões de litros de água? Embora a diferença seja enorme, tendemos a ver as duas quantidades da

mesma forma — como quantidades muito grandes de água. Da mesma maneira, os termos milionário e bilionário são usados quase como sinônimos — como se não houvesse muita diferença entre ser muito rico e muito, muito rico. No entanto, um bilionário é mil vezes mais rico do que um milionário. Quanto maiores os números, mais próximos uns dos outros eles nos parecem.

O fato de Pica ter se esquecido temporariamente de como lidar com números depois de apenas alguns meses na selva indica que nossa compreensão linear dos números não é tão profundamente enraizada em nosso cérebro quanto a logarítmica. Nossa compreensão dos números é surpreendentemente frágil, e essa é a razão de voltarmos à nossa intuição de avaliar quantidades com proporções e aproximações quando não precisamos usar nossa capacidade de manipular números exatos.

Pica afirmou que sua pesquisa e as de outros sobre a intuição matemática podem ter sérias consequências no ensino da matemática — e não só na Amazônia. Precisamos compreender a linearidade numérica para funcionar na sociedade moderna, por ser a base da mensuração e facilitar os cálculos. Mas talvez tenhamos ido longe demais em nossa dependência da linearidade, e enrijecido a nossa intuição logarítmica. Talvez, diz Pica, seja essa a razão por que muita gente acha a matemática difícil. Talvez devamos prestar mais atenção ao julgamento das proporções do que à manipulação de números exatos. Da mesma forma, talvez seja errado ensinar os mundurucus a contar como nós, pois isso pode privá-los de sua intuição matemática ou de conhecimentos necessários para sua própria sobrevivência.

O interesse pelas habilidades matemáticas de quem não dispõe de palavras ou símbolos para os números se concentra tradicionalmente nos animais. Um dos mais bem conhecidos sujeitos de pesquisa foi um cavalo trotador chamado Clever Hans [Hans, o Inteligente]. No início do século xx, multidões costumavam se reunir num pátio em Berlim para ver o proprietário de Hans, Wilhelm von Osten, professor de matemática aposentado, apresentar contas aritméticas simples ao cavalo. Hans respondia batendo o casco no chão de acordo com a quantidade. Seu repertório incluía adição e subtração, além de frações, raiz quadrada e fatoração. O fascínio do público, e a desconfiança de que a suposta inteligência do cavalo fosse algum truque,

levou à investigação de suas habilidades por um comitê de eminentes cientistas. Eles concluíram que Hans sabia mesmo fazer contas.

Foi preciso um psicólogo menos eminente e mais rigoroso para desbançar o Einstein equino. Oscar Pfungst percebeu que Hans estava reagindo a pistas contidas na linguagem corporal de Onsten. Hans começava a bater o casco no chão e só parava quando sentia um acúmulo ou alívio de tensão na expressão de Osten, indicando que a resposta havia sido obtida. O cavalo era sensível a minúsculos sinais visuais, como a inclinação da cabeça, uma sobrancelha erguida ou até a dilatação das narinas. Von Osten não tinha consciência de estar fazendo esses sinais. Sem dúvida Hans sabia ler muito bem as pessoas, mas não era um aritmético.

Houve muitas outras tentativas no século xx para ensinar animais a contar, nem todas com a finalidade de entretenimento circense. Em 1943, o cientista alemão Otto Koehler ensinou seu corvo de estimação, Jakob, a selecionar um pote com um número específico de manchas na tampa misturado a outros potes com números diferentes de manchas nas tampas. O pássaro conseguia cumprir essa tarefa quando o número de manchas em qualquer das tampas fosse de um a sete. Em anos mais recentes, a inteligência aviária chegou a picos mais impressionantes. Irene Pepperberg, da Universidade Harvard, ensinou a um papagaio cinzento africano chamado Alex os números de um a seis. Diante de um agrupamento de blocos coloridos, ele conseguia chalrear em inglês, por exemplo, quantos blocos azuis estavam presentes. Alex se tornou tão famoso entre cientistas e amantes de pássaros que quando morreu inesperadamente, em 2007, seu obituário foi publicado na revista *The Economist*.

A lição de Clever Hans foi a de que quando se ensina animais a contar é preciso muito cuidado para eliminar quaisquer incentivos humanos involuntários. Para o ensino de matemática de Ai, uma chimpanzé trazida da África Ocidental para o Japão no final dos anos 1970, a possibilidade de intervenção humana foi eliminada porque tudo o que ela aprendeu foi por meio de uma tela de computador sensível ao toque.

Ai tem hoje 31 anos e mora no Instituto de Pesquisa de Primatas em Inuyama, uma pequena cidade turística no centro do Japão. Tem a testa alta e calva, o cabelo no queixo é branco, e seus olhos são escuros e fundos como os de um macaco na meia-idade. Todos se referem a ela como “aluna”, nunca como “sujeito de pesquisa”. Ai frequenta aulas todos os dias, quando recebe

tarefas. Chega pontualmente às nove da manhã, depois de passar a noite fora com um grupo de outros chimpanzés numa gigantesca construção em forma de árvore feita de madeira, metal e cordas. No dia em que a conheci ela estava com a cabeça perto de um computador, tamborilando sequências de dígitos na tela na medida em que apareciam. Quando completava a tarefa corretamente, um cubo de maçã de oito milímetros deslizava por um tubo à sua direita. Ai o pegava na mão e o engolia de imediato. Seu olhar distraído, o tamborilar indiferente num computador piscando e bipando e a forma casual com que recolhia as seguidas recompensas me fez lembrar da imagem de uma velha senhora jogando numa máquina caça-níqueis.

Quando era mais nova, Ai se tornou uma grande macaca nos dois sentidos da palavra, ao ser o primeiro ser não humano a contar com algarismos árabicos. (São os símbolos 1, 2, 3 e assim por diante, usados em quase todos os países com exceção, ironicamente, de partes do mundo árabe.) Para conseguir que fizesse isso de forma satisfatória, Tetsuro Matsuzawa, diretor do Instituto de Pesquisas de Primatas, precisou ensinar a ela dois elementos que compõem o entendimento humano do número: quantidade e ordem.

Os números expressam uma quantidade, mas também uma posição. Os dois conceitos estão ligados, porém são diferentes. Por exemplo, quando me refiro a “cinco cenouras”, estou dizendo que a quantidade de cenouras no grupo é igual a cinco. Os matemáticos chamam esse aspecto numérico de “cardinalidade”. Por outro lado, quandouento de um a vinte, estou usando a conveniente característica de os números poderem ser ordenados numa sucessão. Não estou me referindo a vinte objetos, estou apenas recitando uma sequência. Os matemáticos chamam esse aspecto numérico de “ordinalidade”. Na escola aprendemos noções de cardinalidade e ordinalidade simultaneamente, e transitamos sem esforço entre elas. Para os chimpanzés, porém, essa interseção não é óbvia de jeito nenhum.

Primeiro, Matsuzawa ensinou a Ai que um lápis vermelho se referia ao símbolo “1”, e dois lápis vermelhos ao “2”. Depois de 1 e 2, ela aprendeu o 3 e em seguida todos os outros dígitos até 9. Quando era apresentada ao número 5, digamos, ela conseguia tocar um quadrado com cinco objetos, e quando era apresentada ao quadrado com cinco objetos, ela tocava o dígito 5. O aprendizado era por meio de recompensa: sempre que conseguia realizar corretamente uma tarefa no computador, um tubo ligado ao aparelho liberava um pedaço de comida.

Quando Ai dominou a cardinalidade dos dígitos de 1 a 9, Matsuzawa introduziu tarefas para ensinar-lhe como eles eram ordenados. Em seus testes, piscavam dígitos na tela, e Ai tinha de tocar neles na ordem ascendente. Se a tela mostrava 4 e 2, ela tinha de tocar no 2 e em seguida no 4 para ganhar seu cubo de maçã. Ela aprendeu isso com muita rapidez. A competência de Ai tanto em tarefas de cardinalidade como de ordinalidade significava que Matsuzawa podia dizer com razoável certeza que sua aluna tinha aprendido a contar. Essa realização transformou-a numa heroína nacional no Japão e em um ícone global de sua espécie.

Matsuzawa introduziu a seguir o conceito do zero. Ai captou a cardinalidade do símbolo 0 com facilidade. Sempre que um quadrado aparecia na tela sem nada nele, ela tocava no dígito. Depois Matsuzawa quis saber se ela era capaz de inferir uma compreensão da ordinalidade do zero. Ai foi apresentada a uma sequência de telas com dois dígitos, da mesma forma com que estava aprendendo a ordinalidade de 1 a 9, só que agora às vezes um dos dígitos era um 0. Onde ela achava que seria o lugar do zero na ordem dos números?

Na primeira sessão, Ai colocou o 0 entre 6 e 7. Matsuzawa fez esse cálculo tirando a média de quais números ela pensava que o 0 vinha depois e quais os que achava que vinha antes. Nas sessões seguintes o posicionamento do 0 desceu para menos de 6, depois menos de 5, 4, e depois de centenas de tentativas chegou perto do 1. Mas ela continuou confusa, sem saber se o 0 era mais ou menos que 1. Embora tivesse aprendido a manipular números com perfeição, faltava a Ai a profundidade da compreensão humana dos números.

Um hábito que ela aprendeu, no entanto, foi o de se exibir como os humanos. Agora Ai é uma profissional completa, tendendo a se apresentar melhor em suas tarefas no computador diante de visitantes, em especial diante das câmeras.